

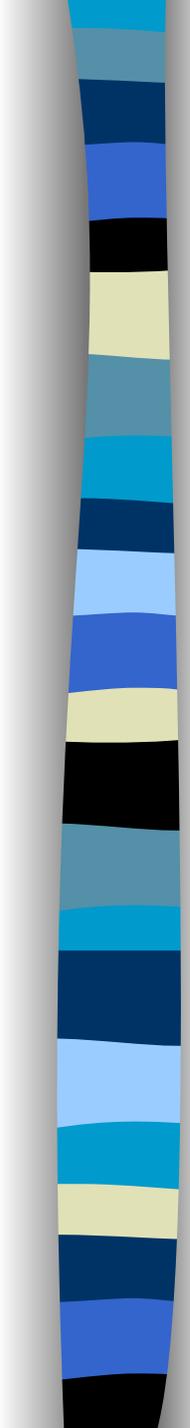
# 第8章 ノンパラメトリック法

## § 1 ノンパラメトリック検定

- 1 ウィルコクソンの順位和検定
- 2 ウィルコクソンの符号付順位検定

## § 2 順位相関係数

- 1 スピアマンの順位相関係数
- 2 ケンドールの順位相関係数



# § 1 ノンパラメトリック検定

- 1 ウィルコクソンの順位和検定
- 2 ウィルコクソンの符号付順位検定

# 1 ウィルコクソンの順位和検定

【例題8 - 1】製品AとBの不純物の量の差。

## ■ 考え方と適用手法

ノンパラメトリック法が有効な場合

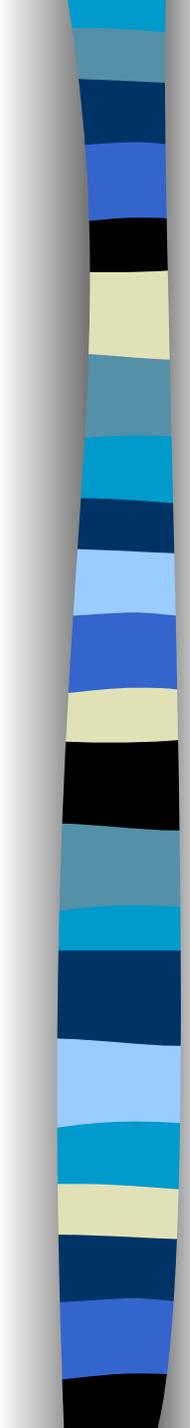
- 1) データが少なく母集団の分布を特定できない
- 2) ハズレ値がある

ノンパラメトリック法は分布を仮定しない

順位値を解析の対象(量的データもデータを大小の並べ替え順位とする) 分布を問題としない  
データの持っている情報の損失

2つの母平均の差  
正規分布を仮定できない

通常はt検定(第2章): 正規分布を仮定  
ウィルコクソンの順位和検定



## ■ ウィルコクソンの順位和検定

(両側検定の場合)

$H_0$ : 2つのグループの中心位置は同じである

$H_1$ : 2つのグループの中心位置はズレている

(片側検定の場合)

$H_0$ : 2つのグループの中心位置は同じである

$H_1$ : 2つのグループの中心位置は右(左)にズレている

この例題は2つのグループに差があるかどうか 両側

## ■ ウィルコクソンの順位和検定

EXCEL

[手順4]

G1: データの少ないグループ

G2: データの多いグループ

N1: G1のデータ数

N2: G2のデータ数

W1: G1の順位和の合計

W2: G2の順位和の合計

ウィルコクソン検定のパーセント点( $\underline{w}$ ,  $\bar{w}$ )と $W1(2)$ と比較

ウィルコクソン検定のパーセント点は専門書の数表より

[参考] 数値表が載っている本は、ほとんどありませんね。

どうすれば、いいの。計算はできても大変そうですね。

それぞれのグループが10以上であれば、正規分布で近似できます。

$N=N1+N2$  に順位をつけます

このとき、 $W1$ は近似的に

平均  $a=N1(N+1)/2$

標準偏差  $b= \sqrt{N1N2(N+1)/12}$

の正規分布に従う

## 両側仮説( / 2 )

$H_1$ : 2つのグループの中心位置はズレている。

$W_1 < \underline{w}$   $H_0$ を棄却する

$W_1 > \bar{w}$   $H_0$ を棄却する

$\underline{w} < W_1 < \bar{w}$   $H_0$ を棄却しない

## 片側仮説( )

$H_1$ : グループG1の中心位置は左にズレている。

$W_1 < \underline{w}$   $H_0$ を棄却する

$W_1 > \underline{w}$   $H_0$ を棄却しない

## 片側仮説( )

$H_1$ : グループG1の中心位置は右にズレている。

$W_1 > \bar{w}$   $H_0$ を棄却する

$W_1 < \bar{w}$   $H_0$ を棄却しない

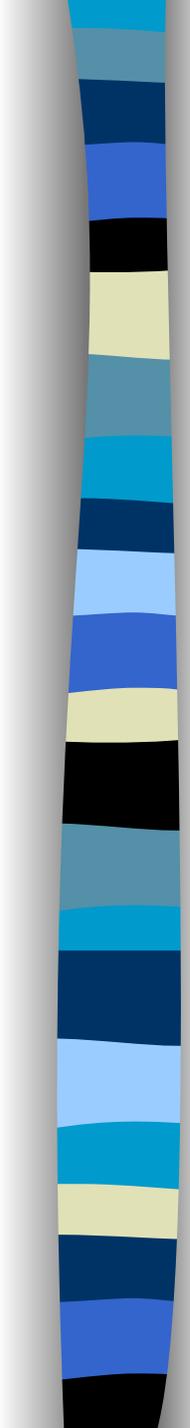
この例題は のルール

数値表において、 $N1 = 7$ 、 $N2 = 7$ 、 $\alpha = 0.025$

N1	N2								
		0.05		0.025		0.01		0.005	
		w	w	w	w	w	w	w	w
7	7	39	66	36	69	34	71	32	73

$$w = 36 < W1 = 41 < w = 69$$

なので、帰無仮説は棄却できない



- 中間順位

順位の平均値を使う

10, 20, 20, 30, 40

順位値は 1, 2.5, 2.5, 4, 5

- 順位を算出する関数 RANK

RANK (順位を求める数値、データの範囲、順序)

順序: 0 (降順) / 1 (昇順)

## 2 ウィルコクソンの符号付順位検定

【例題8 - 2】前期試験と後期試験の各個人(ペア)の点数の差は？

### ■ 考え方と適用手法

ウィルコクソンの順位和検定 : 2つのグループは独立

ウィルコクソンの符号付順位検定 : 2つのグループは対応

### ■ 仮説の設定

(両側検定の場合)

$H_0$  : 2つのグループの中心位置は同じである

$H_1$  : 2つのグループの中心位置はズレている

(片側検定の場合)

$H_0$  : 2つのグループの中心位置は同じである

$H_1$  : 2つのグループの中心位置は右(左)にズレている

# ■ ウィルコクソンの符号付順位検定 EXCEL

[手順5]判定

差 (  $B - A$  ) の符号が + のものだけに注目し、  
差の絶対値の順位値の合計を  $W$  とする  $W = 71$

ウィルコクソンの符号付順位検定の数値表におけるパーセント点 ( $\underline{v}_N, \bar{v}_N$ ) と、 $W$  を比較し判定する。

## 両側検定するとき

対立仮説 $H_1$ : 2つのグループの中心位置はズレている。

$$W \geq \underline{v}_N(\alpha/2)$$

$H_0$ を棄却する

$$W \leq \bar{v}_N(\alpha/2)$$

$H_0$ を棄却する

$$\underline{v}_N(\alpha/2) < W < \bar{v}_N(\alpha/2)$$

$H_0$ を棄却しない

## 片側検定するとき

対立仮説 $H_1$ : グループBの中心位置はAより右にズレている。

$$W \geq \bar{v}_N(\alpha)$$

$H_0$ を棄却する

$$W < \bar{v}_N(\alpha)$$

$H_0$ を棄却しない

## 片側検定するとき

対立仮説 $H_1$ : グループBの中心位置はAより左にズレている。

$$W \leq \underline{v}_N(\alpha)$$

$H_0$ を棄却する

$$W > \underline{v}_N(\alpha)$$

$H_0$ を棄却しない

この例題では、 のルールを使う。

数値表において、 $N = 12$  ,  $\alpha = 0.025$ のところは、

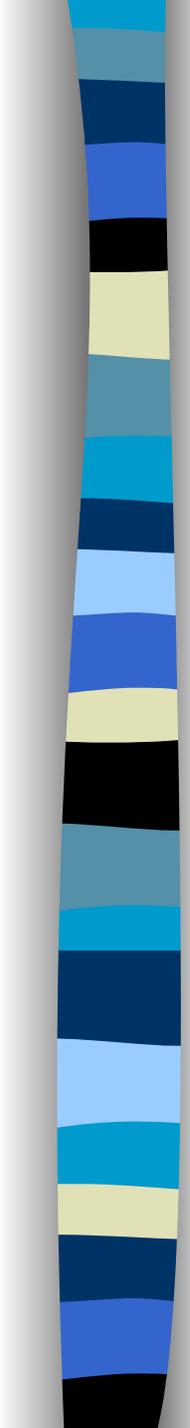
		0.005		0.01		0.025		0.05	
		$\underline{v}_N$	$\bar{v}_N$	$\underline{v}_N$	$\bar{v}_N$	$\underline{v}_N$	$\bar{v}_N$	$\underline{v}_N$	$\bar{v}_N$
N		7	71	6	69	13	65	17	61

$$\underline{v}_N(\alpha) = 13, \quad \bar{v}_N(\alpha) = 65$$

が得られる。

$$W = 71 > \bar{v}_N(\alpha) = 65 \quad H_0 \text{を棄却}$$

したがって、前期試験と後期試験には差がある。



## § 2 順位相関係数

- 1 スピアマンの順位相関係数
- 2 ケンドールの順位相関係数

# 1 スピアマンの順位相関係数

【例題8 - 3】機械の作動時間 $x$ と停止回数 $y$ の順位相関係数

## ■ 考え方と適用手法

順位相関係数: 2組の順位値データ同士の相関の強さ

順位値でないもの      順位値に変換

通常相関係数      直線的関係

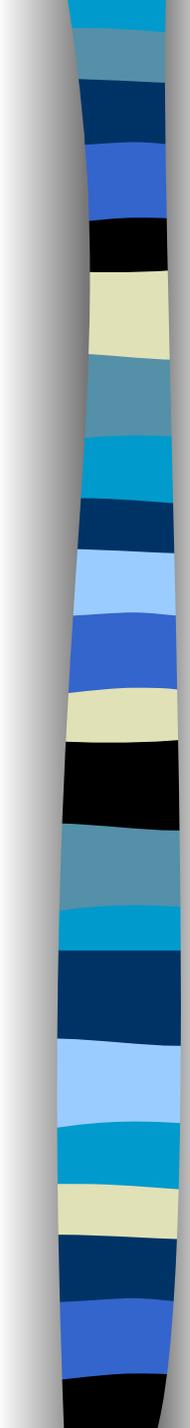
順位相関係数      単調に増加(減少)する関係

スピアマン & ケンドール

## ■ スピアマンの順位相関係数

$a$ :  $x$ の順位値     $b$ :  $y$ の順位値    スピアマンの順位相関係数 $r_s$

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2}{n(n^2 - 1)}$$



- スピアマンの順位相関係数の算出

EXCEL

注) 順位値に相関係数の計算値と同じ

- 結果の見方

$$r_s = 0.7909$$

## 2 ケンドールの順位相関係数

【例題8 - 4】例題8 - 3でケンドールの順位相関係数

### ■ 考え方と適用手法

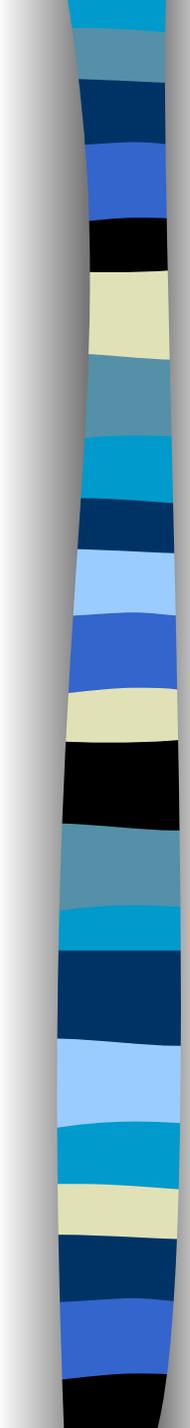
スピアマンの順位相関係数とともによく使われる

### ■ ケンドールの順位相関係数

ケンドールの順位相関係数 の計算手順

1. データを順位値に変換する。
2.  $x_i$ の順位値  $a_i$ について小さい順に並べ替える。
3.  $y_i$ の順位値  $b_i$ より大きい  $b_j$  ( $i < j$ )の個数  $m$ を求める。
4. ケンドールの順位相関係数 の算出をする。

$$\tau = \frac{4}{n(n-1)} \times m - 1$$



- ケンドールの順位相関係数の算出 EXCEL

- 結果の見方

= 0 . 6 3 6 4