



第8章 ノンパラメトリック法

§ 1 ノンパラメトリック検定

- 1 ウィルコクソンの順位和検定
- 2 ウィルコクソンの符号付順位検定

§ 2 順位相関係数

- 1 スピアマンの順位相関係数
- 2 ケンドールの順位相関係数



§ 1 ノンパラメトリック検定

- 1 ウィルコクソンの順位和検定
- 2 ウィルコクソンの符号付順位検定

1 ウィルコクソンの順位和検定

【例題8 - 1】製品AとBの不純物の量の差。

■ 考え方と適用手法

ノンパラメトリック法が有効な場合

- 1) データが少なく母集団の分布を特定できない
- 2) ハズレ値がある

ノンパラメトリック法は分布を仮定しない

順位値を解析の対象 (量的データもデータを大小の並べ替え順位とする) 分布を問題としない
データの持っている情報の損失

2つの母平均の差
正規分布を仮定できない

通常はt検定(第2章): 正規分布を仮定
ウィルコクソンの順位和検定



■ ウィルコクソンの順位和検定

(両側検定の場合)

H_0 : 2つのグループの中心位置は同じである

H_1 : 2つのグループの中心位置はズれている

(片側検定の場合)

H_0 : 2つのグループの中心位置は同じである

H_1 : 2つのグループの中心位置は右(左)にズれている

この例題は2つのグループに差があるかどうか 両側

■ ウィルコクスの順位和検定

EXCEL

[手順4]

G1: データの少ないグループ

G2: データの多いグループ

N1: G1のデータ数

N2: G2のデータ数

W1: G1の順位和の合計

W2: G2の順位和の合計

ウィルコクス検定のパーセント点(\underline{w} , \bar{w})と $W1(2)$ と比較

ウィルコクス検定のパーセント点は専門書の数表より

[参考] 数値表が載っている本は、ほとんどありませんね。

どうすれば、いいの。計算はできても大変そうですね。

それぞれのグループが10以上であれば、正規分布で近似できます。

$N=N1+N2$ に順位をつけます

このとき、 $W1$ は近似的に

平均 $a=N1(N+1)/2$

標準偏差 $b= \sqrt{N1N2(N+1)/12}$

の正規分布に従う

両側仮説(/ 2)

H_1 : 2つのグループの中心位置はズレている。

$W_1 < \underline{w}$ H_0 を棄却する

$W_1 > \bar{w}$ H_0 を棄却する

$\underline{w} < W_1 < \bar{w}$ H_0 を棄却しない

片側仮説()

H_1 : グループG1の中心位置は左にズレている。

$W_1 < \underline{w}$ H_0 を棄却する

$W_1 > \underline{w}$ H_0 を棄却しない

片側仮説()

H_1 : グループG1の中心位置は右にズレている。

$W_1 > \bar{w}$ H_0 を棄却する

$W_1 < \bar{w}$ H_0 を棄却しない

この例題は のルール

数値表において、 $N1 = 7$ 、 $N2 = 7$ 、 $\alpha = 0.025$

N1	N2								
		0.05		0.025		0.01		0.005	
		w	w	w	w	w	w	w	w
7	7	39	66	36	69	34	71	32	73

$$w = 36 < W1 = 41 < w = 69$$

なので、帰無仮説は棄却できない



- 中間順位

順位の平均値を使う

10, 20, 20, 30, 40

順位値は 1, 2.5, 2.5, 4, 5

- 順位を算出する関数 RANK

RANK (順位を求める数値、データの範囲、順序)

順序: 0 (降順) / 1 (昇順)

2 ウィルコクソンの符号付順位検定

【例題8 - 2】前期試験と後期試験の各個人(ペア)の点数の差は？

■ 考え方と適用手法

ウィルコクソンの順位和検定 : 2つのグループは独立

ウィルコクソンの符号付順位検定 : 2つのグループは対応

■ 仮説の設定

(両側検定の場合)

H_0 : 2つのグループの中心位置は同じである

H_1 : 2つのグループの中心位置はズレている

(片側検定の場合)

H_0 : 2つのグループの中心位置は同じである

H_1 : 2つのグループの中心位置は右(左)にズレている

■ ウィルコクソンの符号付順位検定 EXCEL

[手順5]判定

差 ($B - A$) の符号が + のものだけに注目し、
差の絶対値の順位値の合計を W とする $W = 71$

ウィルコクソンの符号付順位検定の数値表におけるパーセント点 ($\underline{v}_N, \bar{v}_N$) と、 W を比較し判定する。

両側検定するとき

対立仮説 H_1 : 2つのグループの中心位置はズレている。

$$W \geq \underline{v}_N(\alpha/2)$$

H_0 を棄却する

$$W \leq \bar{v}_N(\alpha/2)$$

H_0 を棄却する

$$\underline{v}_N(\alpha/2) < W < \bar{v}_N(\alpha/2)$$

H_0 を棄却しない

片側検定するとき

対立仮説 H_1 : グループBの中心位置はAより右にズレている。

$$W \geq \bar{v}_N(\alpha)$$

H_0 を棄却する

$$W < \bar{v}_N(\alpha)$$

H_0 を棄却しない

片側検定するとき

対立仮説 H_1 : グループBの中心位置はAより左にズレている。

$$W \leq \underline{v}_N(\alpha)$$

H_0 を棄却する

$$W > \underline{v}_N(\alpha)$$

H_0 を棄却しない

この例題では、 のルールを使う。

数値表において、 $N = 12$, $\alpha = 0.025$ のところは、

		0.005		0.01		0.025		0.05	
		\underline{v}_N	\bar{v}_N	\underline{v}_N	\bar{v}_N	\underline{v}_N	\bar{v}_N	\underline{v}_N	\bar{v}_N
N		7	71	6	69	13	65	17	61

$$\underline{v}_N(\alpha) = 13, \quad \bar{v}_N(\alpha) = 65$$

が得られる。

$$W = 71 > \bar{v}_N(\alpha) = 65 \quad H_0 \text{を棄却}$$

したがって、前期試験と後期試験には差がある。



§ 2 順位相関係数

- 1 スピアマンの順位相関係数
- 2 ケンドールの順位相関係数

1 スピアマンの順位相関係数

【例題8 - 3】機械の作動時間 x と停止回数 y の順位相関係数

■ 考え方と適用手法

順位相関係数: 2組の順位値データ同士の相関の強さ

順位値でないもの 順位値に変換

通常 of 相関係数 直線的関係

順位相関係数 単調に増加(減少)する関係

スピアマン & ケンドール

■ スピアマンの順位相関係数

a : x の順位値 b : y の順位値 スピアマンの順位相関係数 r_s

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (a_i - b_i)^2}{n(n^2 - 1)}$$



- スピアマンの順位相関係数の算出

EXCEL

注) 順位値に相関係数の計算値と同じ

- 結果の見方

$$r_s = 0.7909$$

2 ケンドールの順位相関係数

【例題8 - 4】例題8 - 3でケンドールの順位相関係数

■ 考え方と適用手法

スピアマンの順位相関係数とともによく使われる

■ ケンドールの順位相関係数

ケンドールの順位相関係数 の計算手順

1. データを順位値に変換する。
2. x_i の順位値 a_i について小さい順に並べ替える。
3. y_i の順位値 b_i より大きい b_j ($i < j$)の個数 m を求める。
4. ケンドールの順位相関係数 の算出をする。

$$\tau = \frac{4}{n(n-1)} \times m - 1$$



- ケンドールの順位相関係数の算出 EXCEL

- 結果の見方

= 0 . 6 3 6 4